



UA-0607

First Year B. Com. Examination
February / March – 2012
Mathematics for Statistics

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
F. Y. B. Com.

Name of the Subject :
Mathematics for Statistics

Subject Code No. : 0 6 0 7 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :
[] [] [] [] [] []

Student's Signature

- (૨) સાંખ્યિકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.
(૩) જમણી તરફના અંક જે તે પ્રશ્નના ગુણ સૂચવે છે.

૧ નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- (૧) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ ની કિંમત શોધો. ૧
- (૨) જો $y = 5x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. ૧
- (૩) $\int_0^1 e^x dx$ શોધો. ૧
- (૪) હરાત્મક શ્રેણી $\frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$ નું 17મું પદ શોધો. ૧
- (૫) -3 ઢાળવાળી અને બિંદુ $(4, -1)$ માંથી પસાર થતી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો. ૧
- (૬) બે નિરપેક્ષ ચલો x અને y માટે $V(x) = 2$ અને $V(y) = 1.2$ હોય તો $V(3x + 5y)$ શોધો. ૧
- (૭) દ્વિપદી વિતરણમાં મધ્યકનો વિચરણ સાથેનો ગુણોત્તર $\frac{3}{2}$ હોય તો સફળતાની સંભાવના શોધો. ૧
- (૮) એક પોયસન ચલનું પ્રમાણિત વિચલન $\sqrt{2}$ છે તો $p(x \leq 1)$ શોધો. ૨
- (૯) એક પ્રમાણ્ય વિતરણનું સરેરાશ વિચલન 12 છે તો તેનું વિચરણ શોધો. ૧

૨ (અ) (૧) \sqrt{x} નું વ્યાખ્યાને આધારે વિકલન કરો. ૪

(૨) $\log(5x^2 + 3x + 7)$ નું x ની સાપેક્ષમાં વિકલન કરો.

(બ) એક કેલ્ક્યુલેટર બનાવનાર દર અઠવાડિયે x જેટલા કેલ્ક્યુલેટર સેટ ૪

કુલ રૂ. $x^2 + 78x + 2500$ ના ખર્ચે બનાવે છે. તેના ઉત્પાદન માટેનું

માંગનું વિધેય $x = \frac{600 - p}{8}$ છે. જ્યાં p કેલ્ક્યુલેટર સેટની કિંમત

દર્શાવે છે. મહત્તમ નફો મેળવવા માટે દર અઠવાડિયે તેણે કેટલા

કેલ્ક્યુલેટર સેટ બનાવવા પડે ? તેની કિંમત પણ શોધો.

(ક) કિંમત શોધો : ૪

(૧) $\int \frac{x^4 - 1}{x - 1} dx$ (૨) $\int_1^3 (x - 1)^2 dx$

અથવા

૨ (અ) નીચેના વિધેયોનું x ની સાપેક્ષમાં વિકલન કરો : ૪

(૧) $y = 5^{(7x^2 + 3x + 1)}$ (૨) $y = \frac{x^4}{\log x}$

(બ) જો $z = x^4 + 3x^2y^3 + 5xy^4$ હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ ૪

(ક) કિંમત શોધો : ૪

(૧) $\int (3x + 4)^{15} dx$ (૨) $\int_{-2}^2 \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx$

૩ (અ) કિંમત શોધો : ૬

(૧) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{15} - a^{15}}{x^5 - a^5}$ (૨) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 4x + 3}$

(૩) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$

(બ) કેન્દ્રિય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપી વિતરણની વિષમતા અને ઘંટાકારતાની ૨

ચર્ચા કરો.

(ક) એક ચદ્દચ્છ ચલ x નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે. તે પરથી ૪

મધ્યક અને વિચરણ શોધો :

x	-1	0	1	2	3	4
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

અથવા

૩ (અ) કિંમત શોધો : ૬

$$(૧) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum n^2}{2n^3} \quad (૨) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^3 - 125} \quad (૩) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{c^{5x} - d^{5x}}{x}$$

(બ) નીચેના આવૃત્તિ વિતરણ માટે પ્રથમ ચાર કેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવો : ૬

x	0	1	2	3	4	5	6
f	2	10	10	20	5	8	5

૪ (અ) (૧) બિંદુઓ (3, 4) અને (-5, -6)માંથી પસાર થતી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો તથા તેનો ઢાળ મેળવો. ૬

(૨) રેખાઓ $3x + 2y - 7 = 0$ અને $7x - 3y - 1 = 0$ ના છેદનબિંદુમાંથી પસાર થતી અને રેખા $5x + 2y - 3 = 0$ ને સમાંતર આવેલી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો.

(બ) (૧) બે કિંમતોના સમાંતર મધ્યક અને ગુણોત્તર મધ્યકનો સરવાળો 45 અને બીજી કિંમત પહેલી કિંમત કરતાં ચાર ગણી હોય તો તે બે કિંમતો શોધો. ૬

(૨) જેમનો સરવાળો 19 અને ગુણાકાર 216 હોય તેવી ગુણોત્તર શ્રેણીમાં આવેલી ત્રણ સંખ્યાઓ શોધો.

અથવા

૪ (અ) (૧) બિંદુઓ (-2, -1) અને (4, 3) વચ્ચેનું અંતર શોધો. ૬

(૨) x -અક્ષ પરનો અંતઃ ખંડ -3 અને y -અક્ષ પરનો અંતઃ ખંડ -4 હોય તેવી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો.

(બ) (૧) સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ n પદોનો સરવાળો મેળવો. ૬

(૨) એક સમાંતર શ્રેણીનું 12 મું પદ 20 અને ૩૨મું પદ 60 છે. તો તેના પ્રથમ 30 પદોનો સરવાળો શોધો.

૫ (અ) બે ઘટનાઓ A અને B માટે સંભાવનાનું સરવાળાનું પ્રમેય લખી સાબિત કરો. ૩

(બ) એક સમૂહમાં 8 ડોક્ટરો અને અમુક શિક્ષકો છે. તેમાંથી 2 ડોક્ટરો પસંદ થવાની સંભાવના $\frac{28}{45}$ છે. તો તે સમૂહમાં શિક્ષકોની સંખ્યા શોધો. ૪

(ક) મોબાઈલ ફોનનો એક ઉત્પાદક જાણે છે કે પોતાના ઉત્પાદનમાં 3% ઉત્પાદન ખામીવાળું હોય છે. જો 100 ફોનનું એક એવા પેકેટમાં ફોન વેચતો હોય અને કોઈ પણ પેકેટમાં 3 કરતાં વધારે ખામીવાળા ફોન ન હોવાની ખાતરી આપતો હોય તો યદ્યચ્છ રીતે લીધેલું પેકેટ ખાતરીની ગુણવત્તા ધરાવવામાં નિષ્ફળ જવાની સંભાવના શોધો. $[e^{-3} = 0.04979]$. ૫

અથવા

- ૫ (અ) નીચેના પદો સમજાવો : ૩
 (૧) પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ
 (૨) નિઃશેષ ઘટનાઓ
 (૩) શરતી સંભાવના
- (બ) બાળકોના ત્રણ સમૂહમાં અનુક્રમે ૩ છોકરી અને ૧ છોકરો, ૨ છોકરી અને ૨ છોકરા, ૧ છોકરી અને ૩ છોકરા છે. જો દરેક સમૂહમાંથી એક બાળકની પસંદગી યદચ્છ રીતે કરવામાં આવે તો (૧) ત્રણે છોકરા હોય (૨) એક છોકરી અને બે છોકરા હોય તેની સંભાવના શોધો. ૪
- (ક) એક પ્રમાણ્ય ચલનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે મુજબ છે : ૫

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{50\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-52)^2}$$
 તો નીચેની સંભાવના શોધો.
 (૧) $p(x < 46.5)$ (૨) $p(47 < x < 57)$ (૩) $p(x > 45)$
- ૬ (અ) કઈ શરતો હેઠળ દ્વિપદી વિતરણ પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે ? ૪
 પ્રમાણ્ય વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો.
- (બ) (૧) એક પોયસન ચલ માટે $P(x=1) = P(x=2)$ હોય તો ૪
 $P(x=0)$ ની કિંમત શોધો.
 (૨) પોયસન ચલનો પ્રાયલ ૪ છે. તેનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.
- (ક) એક દ્વિપદી ચલ માટે $n=10$ અને $2P(x=4) = P(x=5)$ હોય તો ૪
 નિષ્ફળતાની સંભાવના શોધો.
- અથવા**
- ૬ (અ) બર્નોલી પ્રયત્નો પરથી મળતા વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો. ૪
 (બ) એક કોલેજના ૧૦૦૦ વિદ્યાર્થીઓનું સરેરાશ વજન ૫૨ કિ.ગ્રા. અને ૪
 વજનનું વિચરણ ૯ કિ.ગ્રા. છે. જો વિદ્યાર્થીઓનું વજન પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરતું હોય તો
 (૧) ૪૮ કિ.ગ્રા. અને ૫૩ કિ.ગ્રા. વચ્ચે વજન ધરાવતા
 (૨) બરાબર ૫૬ કિ.ગ્રા. વજન ધરાવતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.
- (ક) A અને B એક રમત રમે છે. A ની રમત હારવાની સંભાવના $\frac{3}{5}$ છે. ૪
 તો ૪ પ્રયત્નોમાં
 (૧) A બધી વખત હારે
 (૨) A ઓછામાં ઓછી બે વખત જીતે તેની સંભાવના શોધો.

ENGLISH VERSION

- Instructions :** (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
(2) Statistical tables will be supplied on request.
(3) Figures to the right indicate marks of respective questions.

1 Answer the following questions :

- (1) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$. 1
- (2) If $y = 5x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ then find $\frac{dy}{dx}$. 1
- (3) Find $\int_0^1 e^x dx$. 1
- (4) Find the 17th term of a Harmonic progression 1
 $\frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$
- (5) Find the equation of a line having slope -3 and 1
passing through the point $(4, -1)$.
- (6) For two independent variables x and y if $V(x) = 2$ 1
and $V(y) = 1.2$ then find the value of $V(3x + 5y)$.
- (7) In a binomial distribution if the ratio of mean with 1
its variance is $\frac{3}{2}$, then find the probability of success.
- (8) Standard deviation of a Poisson variable is $\sqrt{2}$. 2
Find $p(x \leq 1)$.
- (9) Mean deviation of a normal distribution is 12. Then 1
find its variance.

- 2 (a) (1) Differentiate \sqrt{x} according to definition. 4
(2) Differentiate $\log(5x^2 + 3x + 7)$ with respect to x .
- (b) A calculator manufacturer produces x calculator sets 4
every week with a total cost of Rs. $x^2 + 78x + 2500$.

The demand function for its production is $x = \frac{600 - p}{8}$,

where p indicates the price of a calculator set. How many calculator sets should be produced weekly, to get maximum profit. Also find its price.

(c) Find the value : 4

(1) $\int \frac{x^4 - 1}{x - 1} dx$ (2) $\int_1^3 (x - 1)^2 dx$

OR

2 (a) Differentiate the following functions with respect to x : 4

(1) $y = 5^{(7x^2 + 3x + 1)}$ (2) $y = \frac{x^4}{\log x}$

(b) If $z = x^4 + 3x^2y^3 + 5xy^4$ then prove that $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ 4

(c) Find the value : 4

(1) $\int (3x + 4)^{15} dx$ (2) $\int_{-2}^2 \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx$

3 (a) Find the value : 6

(1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{15} - a^{15}}{x^5 - a^5}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 4x + 3}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$

(b) Define central moments. Discuss skewness and kurtosis. 2

(c) Probability distribution of a random variable x is given below. Find mean and variance : 4

x	-1	0	1	2	3	4
$p(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

OR

3 (a) Find the value : 6

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum n^2}{2n^3}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^3 - 125}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{c^{5x} - d^{5x}}{x}$

(b) Obtain first four central moments for the given frequency distribution : 6

x	0	1	2	3	4	5	6
f	2	10	10	20	5	8	5

- 4 (a) (1) Find the equation of a line passing through the points $(3, 4)$ and $(-5, -6)$. Also obtain its slope.
- (2) Find the equation of a line passing through the point of intersection of the lines $3x+2y-7=0$ and $7x-3y-1=0$ and parallel to the line $5x+2y-3=0$.
- (b) (1) Sum of the arithmetic mean and geometric mean of two numbers is 45 and second number is 4 times greater than that of the first number. Find these numbers. **6**
- (2) Find the three terms of a geometric progression whose sum is 19 and product is 216.

OR

- 4 (a) (1) Find the distance between two points $(-2, -1)$ and $(4, 3)$. **6**
- (2) Find the equation of a line making intercept -3 on x -axis and -4 on y -axis.
- (b) (1) Obtain the sum of first n terms of an arithmetic progression. **6**
- (2) 12^{th} term of an arithmetic progression is 20 and its 32^{nd} term is 60. Find sum of first 30 terms.
- 5 (a) State and prove the additive theorem of probability for two events A and B. **3**
- (b) There are 8 doctors and some teachers in a group. The probability of selecting 2 doctors from this group is $\frac{28}{45}$. Find the number of teachers in the group. **4**
- (c) A manufacturer of mobile phones knows that 3% production is defective. He sales the phones in a packet containing 100 phones each. He gives the guarantee that there would not be more than 3 defective phones in any packet. Find the probability that a randomly selected packet fails to meet the guarantee. $[e^{-3} = 0.04979]$. **5**

OR

- 5 (a) Explain the following terms : **3**
- (1) Mutually exclusive events
- (2) Exhaustive events
- (3) Conditional probability

- (b) Three groups of children contain respectively 3 girls and 1 boy, 2 girls and 2 boys and 1 girl and 3 boys. One child is selected at random from each group, then find the probability that (i) all of them are boys (ii) one girl and two boys. 4
- (c) The probability density function of a normal variate is as follows : 5

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{50\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-52)^2} . \text{ Find the following probabilities.}$$

(1) $p(x < 46.5)$ (2) $p(47 < x < 57)$ (3) $p(x > 45)$

- 6 (a) Under which condition binomial distribution follows normal distribution ? State properties of normal distribution. 4
- (b) (1) For a Poisson variable $P(x=1) = P(x=2)$ then find $P(x=0)$. 4
- (2) Parameter of a Poisson variate is 4. Find its mean and standard deviation.
- (c) For a binomial variate, $n=10$ and $2P(x=4) = P(x=5)$ then find the probability of failure. 4

OR

- 6 (a) State the properties of a distribution obtained from the Bernoulli trials. 4
- (b) Average weight of 1000 students of college is 52 kg. and variance of weight is 9 kg. If weight of students follows normal distribution then find the number of students having 4
- (1) weight between 48 kg. and 53 kg.
- (2) weight exactly 56 kg.
- (c) A and B play a game. Probability that A loses the game is $\frac{3}{5}$. Then in 4 trials find the probability that 4
- (1) A loses all the times
- (2) A wins at least two times.